

IDENTIFICACIÓN DE FUENTES ARMÓNICAS CON LA TÉCNICA DE ESTIMACIÓN DE ESTADO Y FILTRO DE KALMAN

Identification of harmonic sources by a state estimation technique and Kalman's filter

RESUMEN

La identificación de la fuente armónica puede ser llevada a cabo mediante una representación en estimación de variables de estado del sistema eléctrico y un proceso recursivo por medio del filtro de Kalman. En la metodología propuesta se estiman las corrientes inyectadas en todos los nodos del sistema para diferentes frecuencias de interés.

PALABRAS CLAVES: Armónico, filtro de Kalman, fuente armónica, estimación de estado, covarianza.

ABSTRACT

The identification of the harmonic source can be made using a representation in state estimation variables of the electrical system and a recursive process by means of Kalman filter. In the proposed methodology there are estimated the currents injected into all the nodes of the system for different frequencies of interest.

KEYWORDS: Harmonic, Kalman filter, harmonic source, state estimation, covariance.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se realizan mediciones en múltiples ubicaciones existe la posibilidad de identificar la localización de la inyección de corriente armónica en los nodos de la red usando la técnica de estimación de estado armónico (Harmonic State Estimation, HSE) y a través de un proceso recursivo (algoritmo del filtro de Kalman), se determinan los mejores estimados de las variables de estado visualizando las inyecciones armónicas presentes en el sistema. El filtro de Kalman (Kalman Filter, KF) es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proporcionan un método eficiente para estimar el estado de un proceso minimizando el error medio cuadrático; además, proporciona el máximo filtrado posible del ruido respondiendo de forma óptima a los cambios en el estado del sistema. KF ha sido diseñado para estimar el estado de un sistema dinámico y discreto en el tiempo. KF es una herramienta muy potente porque proporciona estimaciones del pasado, presente y futuro aunque no se conozca la naturaleza precisa del sistema modelado [1, 2].

2. ESTIMACIÓN DE ESTADO ARMÓNICO (HSE)

Esta técnica utiliza pocas mediciones armónicas sincronizadas como entrada de datos para encontrar la penetración armónica en los nodos para toda la red que se encuentra en estudio. Los resultados de HSE se pueden usar para: Caracterizar el comportamiento del sistema,

JORGE MARIO RUIZ VALLEJO

Ingeniero Electricista
Universidad Tecnológica de Pereira
jomaruiz@gmail.com

FRANCISCO HERNANDO ORTIZ QUINTERO

Ingeniero Electricista
Universidad Tecnológica de Pereira
pachoortiz@gmail.com

CARLOS ALBERTO RÍOS PORRAS

Ingeniero Electricista, M.Sc.
Profesor Programa de Tecnología Eléctrica
Universidad Tecnológica de Pereira
alpor@utp.edu.co

PROYECTO INVESTIGACIÓN 9-07-9

determinar los niveles armónicos en los nodos no monitoreados, hacer el seguimiento de fuentes armónicas, etc. La estimación de variables de estado mediante ecuaciones de mediciones que caracterizan las lecturas de los medidores es, [1]:

$$z = Hx + e = z_{\text{verdadero}} + e \quad (1)$$

z : vector de la lectura de las mediciones; x : vector de valores verdaderos de las variables de estado (desconocidas); $z_{\text{verdadero}}$: vector del valor verdadero de la cantidad medida z (desconocido); H : matriz que relaciona las mediciones con las variables de estado, la cual está asociada con la configuración topológica del sistema, la matriz de admitancia y la ubicación de las unidades de medición; e : vector de error.

Debido a que no es posible calcular las cantidades verdaderas, se deben calcular sus estimados, las variables de estado que se estiman son los voltajes nodales ó las corrientes inyectadas. Los parámetros medidos pueden ser voltajes nodales, corrientes nodales o corrientes armónicas de línea.

3. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Se puede considerar una inyección de corriente ($c(t)$) con frecuencia ω y magnitud I , la cual se expresa en función del tiempo así [3]:

$$c(t) = I \cos(\omega t + \theta) = I \cos \omega t \cos \theta - I \sin \omega t \sin \theta \quad (2)$$

Las variables de estado se definen de la siguiente manera: $x^R = I \cos \theta$; $x^I = I \sin \theta$, donde x^R es la parte real y x^I es la parte imaginaria.

Las ecuaciones de las dos variables de estado para una inyección de corriente pueden ser expresadas como:

$$\begin{bmatrix} x^R \\ x^I \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^R \\ x^I \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w^R \\ w^I \end{bmatrix}_k \quad (3)$$

Donde w^R y w^I modelan las variaciones en el tiempo para las variables estado x^R y x^I .

La inyección de corriente $c(t)$ libre de ruido puede ser representada matricialmente, así:

$$c(t_k) = \begin{bmatrix} \cos(\omega t_k) & -\sin(\omega t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^R \\ x^I \end{bmatrix}_k \quad (4)$$

Para un sistema de potencia con n nodos, todas las corrientes inyectadas son tratadas como variables de estado.

Ecuación de estados:

$$\begin{bmatrix} x_1^R \\ x_1^I \\ x_2^R \\ x_2^I \\ \vdots \\ x_n^R \\ x_n^I \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^R \\ x_1^I \\ x_2^R \\ x_2^I \\ \vdots \\ x_n^R \\ x_n^I \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_1^R \\ w_1^I \\ w_2^R \\ w_2^I \\ \vdots \\ w_n^R \\ w_n^I \end{bmatrix}_k \quad (5)$$

El vector w en la ecuación (5) representa las variaciones aleatorias de las variables de estado. Los voltajes en las barras son relacionados con las inyecciones de corriente mediante la matriz Z_{BUS} , de tal forma que los voltajes nodales pueden ser representados así:

$$V_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij} I_j = \sum_{j=1}^n Z_{ij} I_j = \angle(\theta_{Z_{ij}} + \theta_j) \quad (6)$$

$$V_i(t_k) = \sum_{j=1}^n Z_{ij} I_j \cos(\omega t_k + \theta_j + \theta_{Z_{ij}}) \quad (7)$$

Escribiendo la ecuación (7) en forma matricial:

$$V_i(t_k) = \sum_{j=1}^n \left[Z_{ij}^R \cos(\omega t_k) - Z_{ij}^I \sin(\omega t_k) - Z_{ij}^R \sin(\omega t_k) - Z_{ij}^I \cos(\omega t_k) \right] \begin{bmatrix} x_j^R \\ x_j^I \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde $x_j^R = I_j \cos \theta_j$; $x_j^I = I_j \sin \theta_j$; $Z_{ij}^R = Z_{ij} \cos \theta_{Z_{ij}}$ es la parte real de la matriz Z_{BUS} para un armónico de interés;

$Z_{ij}^I = Z_{ij} \sin \theta_{Z_{ij}}$ es la parte imaginaria de la matriz Z_{BUS} para un armónico de interés; I_j es la magnitud de la inyección de la corriente en el nodo j ; θ_j es el ángulo inicial de la inyección de corriente para el nodo j .

$$V_i(t_k) = \begin{bmatrix} h_{i1}^R & h_{i1}^I & h_{i2}^R & h_{i2}^I & \cdots & h_{in}^R & h_{in}^I \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} x_1^R \\ x_1^I \\ x_2^R \\ x_2^I \\ \vdots \\ x_n^R \\ x_n^I \end{bmatrix}_k \quad (10)$$

donde:

$$\begin{aligned} h_{ij}^{(h)R} &= Z_{ij}^{(h)R} \cos(h\omega t_k) - Z_{ij}^{(h)I} \sin(h\omega t_k) \\ h_{ij}^{(h)I} &= -Z_{ij}^{(h)R} \sin(h\omega t_k) - Z_{ij}^{(h)I} \cos(h\omega t_k) \end{aligned} \quad (11)$$

$Z_{ij}^{(h)R}$ es el elemento ij real de la matriz Z_{bus} para un armónico h ; $Z_{ij}^{(h)I}$ es el elemento ij imaginario de la matriz Z_{bus} para un armónico h .

Asumiendo que se dispone de m mediciones y que estas son valores muestreados de las formas de onda de las inyecciones de corriente y los voltajes para m barras. La ecuación de mediciones para una frecuencia ω es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \\ v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \cos \omega t_k & -\sin \omega t_k & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega t_k & -\sin \omega t_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cos \omega t_k & -\sin \omega t_k \\ h_{11}^R & h_{11}^I & \cdots & \cdots & h_{1n}^R & h_{1n}^I \\ h_{21}^R & h_{21}^I & \cdots & \cdots & h_{2n}^R & h_{2n}^I \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{m1}^R & h_{m1}^I & \cdots & \cdots & h_{mn}^R & h_{mn}^I \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} x_1^R \\ x_1^I \\ x_2^R \\ x_2^I \\ \vdots \\ x_n^R \\ x_n^I \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_m \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_m \end{bmatrix}_k \quad (12)$$

donde: c_i es la medición de corriente; v_i es la medición de voltaje; η_i es el ruido de la medición de corriente con varianza R_{c_i} ; μ_i es el ruido de la medición de voltaje con varianza R_{v_i} .

Una inyección de corriente armónica $i(t)$ la cual incluye r armónicos puede ser representada como:

$$i(t) = \sum_{h=1}^r I^h \cos(h\omega t + \theta^h) \quad (13)$$

donde r es el número de armónicos; h es el orden del armónico.

Esta aproximación de las mediciones es únicamente cierta si se evitan los efectos del *aliasing*, *leakage*,

picketfence y variaciones demasiados bruscos de las magnitudes y ángulos de fases de los armónicos, [1].

Para un sistema de potencia de n nodos, las ecuaciones de las variables de estado para las inyecciones de corriente están representadas por la siguiente formulación:

$$\begin{bmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \\ \vdots \\ X^{(h)} \\ \vdots \\ X^{(r)} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} I^{(1)} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I^{(2)} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & I^{(h)} & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & I^{(r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \\ \vdots \\ X^{(h)} \\ \vdots \\ X^{(r)} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} W^{(1)} \\ W^{(2)} \\ \vdots \\ W^{(h)} \\ \vdots \\ W^{(r)} \end{bmatrix}_k \quad (14)$$

Donde $X^{(h)}$ subvector de $2n \times 1$ representa el vector de estados para un armónico de orden h ; $I^{(h)}$ matriz identidad; W_k es un vector de $2nr \times 1$ vector de ruido blanco con conocimiento de la covarianza.

El sistema de ecuaciones de mediciones armónicas estará representado por la siguiente formulación:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{(1)} & H^{(2)} & \dots & H^{(h)} & \dots & H^{(r)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \\ \vdots \\ X^{(h)} \\ \vdots \\ X^{(r)} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_i \\ \vdots \\ \xi_{2m} \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde z_i representa las mediciones armónicas para el nodo i (muestras de voltaje o corriente); ξ_i representa el ruido de la medición armónica (corrientes o voltajes) para el nodo i ; $H^{(h)}$ submatriz de medición de $2m \times 2n$.

La ecuaciones (14) y (15) entregan un modelo matemático sobre el cual se basa el filtro de Kalman para realizar la estimación y el análisis de la covarianza del error de las inyecciones de corriente. Para un sistema trifásico desbalanceado la matriz Z_{BUS} por cada fase es de vital importancia para la aplicación de las ecuaciones anteriores. A la representación en variables de estado del sistema de potencia es incorporado el filtro de Kalman, el cual analiza el estado de las variables del sistema mediante una estimación de estado armónico subdeterminado variante en el tiempo (dinámica), [1].

3. ALGORITMO DEL FILTRO DE KALMAN

El filtro de Kalman es un estimador dinámico ideal para sistemas que pueden ser descritos mediante variables de estado, las cuales son una herramienta que permiten identificar la localización de la inyección armónica realizando una estimación y un seguimiento en el tiempo. A continuación se realizará de una forma compacta la

formulación de las ecuaciones de estado del sistema, las ecuaciones de medición y el algoritmo del filtro de Kalman [4].

Por simplicidad, las ecuaciones (14) y (15) pueden ser rescritas así:

➤ Ecuación de estados:

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + W_k \quad (16)$$

donde, Φ_k es la matriz idéntica que representa la transición de estados de tamaño $2nr \times 2nr$; $X_k = \begin{bmatrix} X^{(1)} & X^{(2)} & \dots & X^{(h)} & \dots & X^{(r)} \end{bmatrix}_k^T$ vector de estados para el paso k de tamaño $2nr \times 1$.

➤ Ecuación de medición:

$$Z_k = H_k X_k + V_k \quad (17)$$

donde, Z_k es el vector de mediciones armónicas para el paso k de tamaño $2m \times 1$; H_k representa la matriz que relaciona las mediciones armónicas con las variables de estado, de tamaño $2m \times 2nr$; V_k vector que representa el error en las mediciones armónicas, de tamaño $2m \times 1$.

El sistema para las matrices de covarianza W_k y V_k es:

$$\begin{aligned} E[W_k W_k^T] &= Q_k \\ E[V_k V_k^T] &= R_k \end{aligned} \quad (18)$$

La inicialización de las variables puede ser asumida como cero:

$$\hat{X}_{(0)} = 0 \quad (19)$$

La matriz de covarianza inicial esta dada por:

$$P_0^- = E[(\hat{X} - \hat{X}_{(0)})(\hat{X} - \hat{X}_{(0)})^T] = E[(\hat{X})(\hat{X})^T] = \sigma \quad (20)$$

La determinación de la matriz de covarianza inicial depende del conocimiento a priori de la probabilidad de ocurrencia de las fuentes armónicas y el promedio de los niveles de carga para ciertos nodos. Al suponer que no existe correlación entre las inyecciones armónicas de los diversos nodos del sistema, se puede decir que la matriz de covarianza es diagonal.

Los pasos secuenciales para la computación recursiva de la inyección armónica estimada en el filtro de Kalman son:

1. Proyección del estado.

$$\hat{x}_k^- = \Phi_k \hat{x}_{k-1} \quad (21)$$

- Proyección de la covarianza del error.

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (22)$$

- Cálculo de la ganancia de Kalman.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (23)$$

- Actualización de la estimación con la medición

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (25)$$

- Actualizar la covarianza del error.

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (26)$$

4. SISTEMA DE PRUEBA

Para la aplicación de la metodología se tomó un sistema de distribución radial y sus respectivas mediciones armónicas realizadas por un periodo de 24 horas para dos nodos de este circuito, [5]. Dichas mediciones son utilizadas para desarrollar un ejercicio académico donde se muestra la capacidad del filtro de Kalman asociado con la estimación de estado armónico (HSE) para el análisis de sistemas eléctricos.

El objetivo de la aplicación es encontrar buenos estimados para las inyecciones de corriente en todos los nodos del sistema para los armónicos 3, 5 y 7 más la componente fundamental a partir de mediciones armónicas de voltaje. Para la implementación del método se utilizó la técnica de estimación de estado armónico asociada al algoritmo del filtro de Kalman como herramienta para la reducción del error presente en la medición y el proceso de estimación.

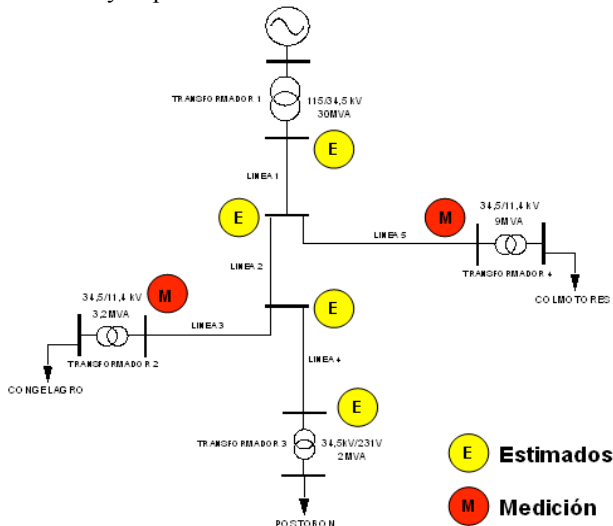


Figura 1. Sistema de Prueba, mediciones y estimaciones.

4.1. INICIALIZACIÓN

Los valores iniciales de las variables de estado pueden ser considerados como cero, ya que este valor representa el momento justo antes de empezar la medición, entonces:

$$X_0 = 0 \text{ (Vector columna de ceros)}$$

Los valores iniciales de la matriz de covarianza se asignan de acuerdo a la probabilidad de ocurrencia de alguna fuente armónica en algún nodo donde exista conexión directa de una carga, por tal razón, a los nodos que contengan mayor carga instalada se les asignará un σ_p con mayor peso en la matriz P_0 . La probabilidad de ocurrencia inicial es igual para todos los armónicos en su respectivo nodo.

4.2. COMPORTAMIENTO DE LAS CORRIENTES ARMÓNICAS DURANTE EL PERIODO DE MEDICIÓN (24 HORAS)

Las mediciones proporcionadas para la aplicación de la metodología entregan un valor promedio cada treinta minutos. Los resultados presentados a continuación corresponden a un periodo de 24 horas en los cuales se presenta el comportamiento de cada una de las inyecciones de corriente en el nodo 3 del sistema para las cuatro componentes armónicas de interés.

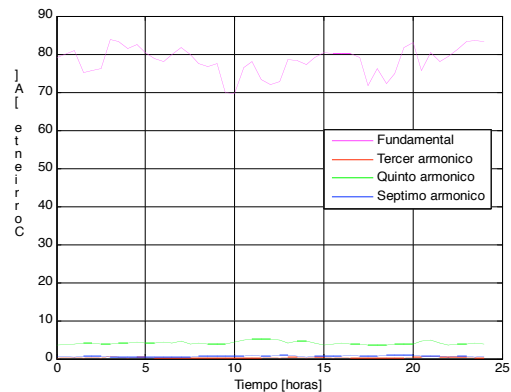


Figura 2. Corrientes armónicas en el nodo 3

De la Figura 2 se puede observar que la corriente correspondiente al quinto armónico presenta la mayor magnitud a lo largo del periodo de medición.

4.3. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO EN EL TIEMPO

Sabiendo que las variables de estado son inicializadas en cero, los resultados presentados a continuación permiten observar que cada medición que se obtiene se utiliza para mejorar la estimación previa del filtro, hasta alcanzar una

condición estacionaria (a lo largo del proceso iterativo) a partir de la cual ya no se observa ninguna mejora.

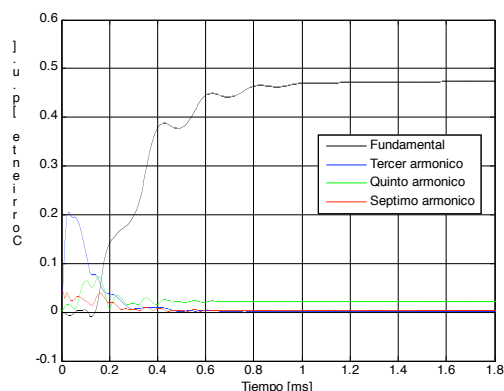


Figura 3. Estabilización de corrientes armónicas en el nodo 3

4.4. VARIACIONES DE CORRIENTE A LO LARGO DEL PROCESO ITERATIVO

Durante el proceso recursivo del algoritmo de Kalman se observó el comportamiento de las variaciones de corriente, notando que después de cierto número de iteraciones esta variación tiende a cero, de donde se puede observar:

$$X_k + \Delta X_k = X_{k+1}$$

Si $\Delta X_k \rightarrow 0$ entonces $X_k \cong X_{k+1}$.

De igual forma que en la sección anterior, las variaciones de corriente son presentadas en el tiempo, mediante un proceso iterativo para la primera medición, aquí se observa que después de cierto número de iteraciones el delta de corriente se estabiliza, haciendo que estas variaciones sean casi nulas. Cada vez que una nueva medición sea detectada por el método, dichas variaciones de corriente sufrirán un estado transitorio, el cual a lo largo de las iteraciones tenderá nuevamente a estabilizarse en el eje cero.

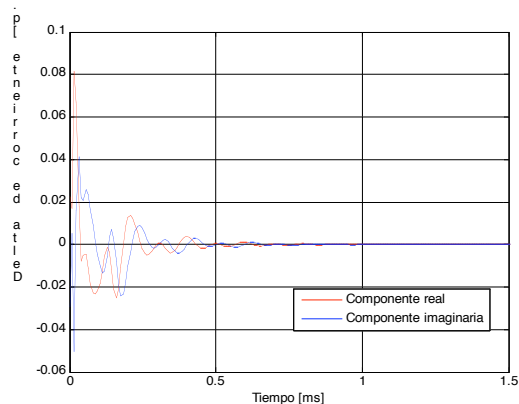


Figura 4. Variaciones de corriente para el tercer armónico en el nodo 3

4.5. GANANCIA DE KALMAN

A continuación se presenta el comportamiento de la ganancia de Kalman en el nodo 3 para la componente fundamental. Esta ganancia permite determinar los coeficientes del filtro variantes en el tiempo los cuales son calculados para minimizar el cuadrado del error esperado entre los valores actuales de las variables de estado y los valores estimados.

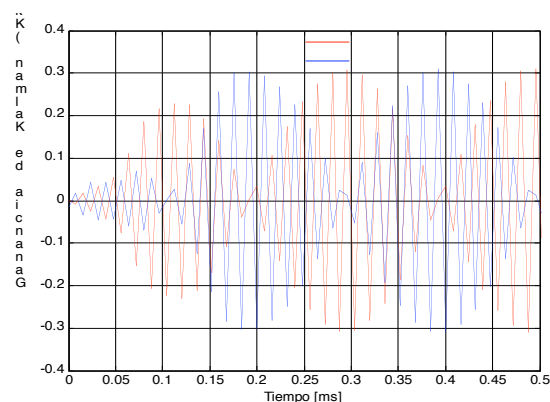


Figura 5. Ganancia de Kalman para la componente fundamental en el nodo 3

Cada vez que el método detecta una nueva medición, la ganancia de Kalman nuevamente ajusta su coeficiente con el fin de reducir el nuevo error de la medida entrante hasta encontrar el mejor estimado para las variables de interés.

4.6. DISMINUCIÓN DEL ERROR V_k

Del modelamiento en variables de estado se tiene que $Z_k = H_k X_k + V_k$, ahora si V_k tiende a cero el valor verdadero es aproximadamente igual al valor estimado. Mediante el algoritmo del filtro de Kalman se pretende reducir este error (V_k) por medio del proceso iterativo hasta cumplir con el criterio de convergencia para V_k y así alcanzar unos buenos estimados para las variables que se encuentren en estudio. Para la siguiente gráfica, V_k representa la diferencia entre la medición y el valor verdadero. El criterio de convergencia para esta aplicación se tomó del orden (10^{-9}) entregando los siguientes resultados.

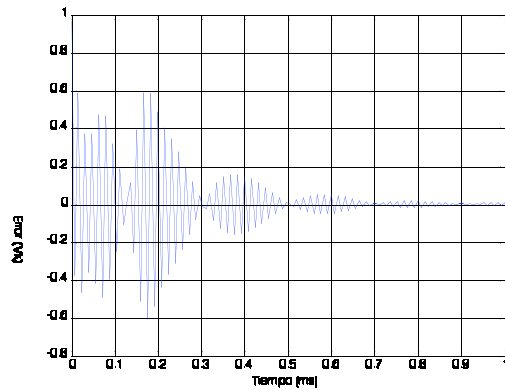


Figura 6. Disminución del error (V_k) en la medición para el nodo 3

Se observa como el error a través del proceso iterativo del filtro de Kalman se va reduciendo en el tiempo. Durante el ingreso de cada una de las mediciones al método, el error manifiesta un estado transitorio, el cual a lo largo del proceso se aproxima al criterio de convergencia.

4.7. FUENTE ARMÓNICA

Determinar una fuente armónica absoluta en el sistema puede llevar a obtener una conclusión errada, ya que las contribuciones armónicas obedecen a un comportamiento dinámico en el tiempo, lo cual implica que el estado de las fuentes armónicas para diferentes horas pueda ser distinto. Sin embargo, es posible observar el comportamiento armónico del sistema mediante intervalos de tiempo y tomar una conclusión para dicho intervalo. La gráfica presentada a continuación relaciona un armónico en particular con los nodos donde se encuentran conectadas las cargas (nodo 3, 5 y 6), logrando observar la corriente armónica en estos tres puntos del sistema.

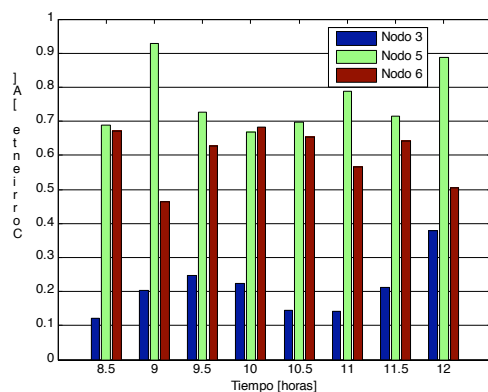


Figura 6. Corrientes producidas por el tercer armónico entre las 8,5 y 12 horas

5. CONCLUSIONES

Cuando se disponen de mediciones en algunos puntos de un sistema eléctrico, es posible monitorear las variables eléctricas en los nodos no medidos mediante una representación del sistema en variables de estado y el algoritmo de filtro de Kalman.

El filtro de Kalman es un proceso recursivo mediante el cual se minimiza el error causado por el proceso de medición, de tal forma que los valores estimados puedan estar muy cercanos a los valores verdaderos, ya que es imposible obtener un valor puntual de estos.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. M. Ruiz Vallejo y F. H. Ortiz Quintero, "Metodologías para identificar fuentes armónicas en sistemas eléctricos", disertación programa de ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira 2007.
- [2] E. Pérez Fernández. "Nuevo Método de detección y análisis en tiempo real de eventos en la tensión de suministro de energía eléctrica empleando un modelo combinado Wavelets - Filtro de Kalman extendido", Ph.D. Disertación, Departamento de Electrónica y Computadores, Universidad de Cantabria-Santander, Marzo de 2006.
- [3] M. Husam, Beides and G., Heydt, "Dynamic State Estimation of Power System Harmonics Using Kalman Filter Methodology," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 04, October 1991.
- [4] M. Haili, and G. Adly, "Identification and tracking of harmonic sources in a power system using a Kalman Filter," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 03, 1996.
- [5] P. J. García Mejía y L. A. Rodríguez Estupiñán, "Metodología para determinar la fuente armónica dominante en circuitos de media tensión", disertación programa de ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira 2006.